**ユークリッドの相似論**　　20200627版　休憩後　20200629　20200712　**20230404**

　中学校では、『三角形の相似条件』を直観で納得し、ここから相似を用いて『平行線と線分の比』の定理を証明する。だが、大学では、『平行線と線分の比』の定理を証明し、ここから（三角形の合同条件も用いて）『三角形の相似条件』を証明する。（三角形の合同条件は後期の授業で証明する。）

**[中学]**　　　　**『平行線と線分の比』←『三角形の相似条件』←直観**

**[大学]　論理→『平行線と線分の比』(＋三角形の合同条件)→『三角形の相似条件』**

**補題1**　図において、　**B’C’//BC ⇔　AB’：B’B = AC’：C’C**



**（証明のための準備）**



準備①　XX’//YZ　⇔　YZを底辺として△XYZと△X’YZの高さが等しい（h₁=h₂）

準備②　底辺共通の２つの三角形（△XYZと△X’YZ）において

　　　　高さが等しい　⇔　面積が等しい

　　　　（h₁=h₂）　　　　 ( $ \frac{1}{2}$ ah₁ = $\frac{1}{2}$ ah₂ )

準備③　k≠0 のとき

　　　　　ℓ=m ⇔ k：ℓ = k：m

準備④　高さh共通の２つの三角形において

　　　　 面積比 = 底辺の比

　　 　　S₁：S₂ = a：b

 　　||

 　　 ($ \frac{1}{2}$ ah ： $\frac{1}{2}$ bh)

**(補題の証明：面積を用いたEuclid原論的証明)**

B’C’//BC ⇔ (B'C'を共通底辺として)

 △B’BC’と△B’CC’の高さが等しい　・・・①

⇔ △B’BC’ = △B’CC’（面積）　・・・②

 　 （ℓ）　　（m）

　⇔ △AB’C’：△B’BC’ = △AB’C’：△B’CC’　・・・③ （k = △AB’C’ と置いた）

 　　　　　 (k：ℓ)　　　　 　　(k：m)

 　　　　 ⇔ △AB’C’：△B’BC’ = △AC’B’：△C’CB’

 || (C’を頂点とし) || (B’を頂点として)高さ共通なので　・・・④

　 ⇔　 　　AB’：B’B 　　= 　　AC’：C’C

**（証明終）**

**休憩後**

大学流(Euclid流)相似論の基礎として、**「平行線と線分の比」の定理**を示そうとしていた。

**次ページのプリントを参照して頂きたい。**

補題１まで済んでいた。

補題：　偉い定理に対する前座の定理

Quiz. 補題２を証明せよ。

Hint: a:b=c:d ⇔ ad=bc (外項の積＝内項の積) ⇔ ad-bc=0

Quiz. 定理の証明①において、何故、**DC** = **B'C'**か？



**定義（三角形の相似）**

△ABC と △DEF において

　AB:DE = BC:EF = CA:FD （3組の辺の比）

　　かつ

　∠A＝∠D, ∠B＝∠E, ∠C＝∠F　（3つの角）

のとき

　△ABC ∽ △DEF

という。



相似を示すのに、「３組の辺の比と３角」の全てをチェックするのは大変。

そのうちのいくつかで充分というのが、**三角形の相似条件**である。

これを中学校では、紙切り細工で実験的・直観的に確かめたが、

これを「平行線と線分の比」の定理と「三角形の合同条件」から

論証で示したい。

**三角形の相似条件**



**コメント：**　三角形の内角の和は180°で一定なので、[２つの角]でよい。

**三角形の相似条件つづき**　　　　　　　　　　　　20200712

　幾何学序論Iの第3部として、ユークリッドの相似論を勉強していました。

　前時までに、平行線と線分の比の定理、相似の定義、[相似条件（３つの角）]を、学習しました。三角形の合同条件（←後期に証明する）を武器として利用しています。

　**今日は、残る、[相似条件（２組の辺の比とはさむ角）] と [相似条件（３組の辺の比）]を、次ページの手書きプリントをベースに学習します。**とくに後者は、角についての情報がないので難しいです。

　**このページの以下は、次ページの手書きプリントの証明解読を助けるための補足です。**

**[相似条件（２組の辺の比とはさむ角）の****証明解読のための補足]**

Quiz. △AE’F’≡△DEF となるために用いた合同条件は何か？

Quiz. AE’：AB＝AF’：AC を定理の仮定より導け。

Quiz. E’F’ // BC は、定理（平行線と線分の比）①②のどちらから導くか？

Quiz. △AE’F’∽△ABCは既習のどういう相似条件から導くか？

**[相似条件（３組の辺の比）の証明解読のための補足]**

Quiz. AE’：AB＝AF’：AC＝E’F’：BC・・・① は、[定理（平行線と線分の比）①②]のどちらから導くか？　（注：「[3角]の相似条件がみたされ、△AE’F’∽△ABCとなるので」というもっていき方もある。）

注. DE：AB＝DF：AC＝EF：BC・・・② は、定理の仮定の比例式で前項と後項を逆にしたもの。

注. ①＝②となるので、①②を上下に見て、

　　　　　AF’：AC＝DF：AC

　　　　　E’F’：BC＝EF：BC

注. 「 a, b, c ≠ 0とする。[a：b＝c：b] ⇒ [a＝c] 」なので、AF’＝DF, E’F’＝EF

Quiz. △AE’F’≡△DEFは、どういう合同条件より導くか？

Quiz. E'F’ // BC より相似条件（３つの角）を用いて △AE’F’∽△ABC が導かれる。ここで３つの角が等しくなるのは、平行ならばどういう角が等しくなるからだろうか？（洒落）

注. △AE’F’∽△ABC と △AE’F’≡△DEF より △DEF∽△ABC

**今日は、以下の手書きプリントを解読していきます。解読のための補足が前ページにあります。**

