**20181224　20181227改訂 20191223夜改訂**

**復習　・補角**

**・定理（等しい角の補角は等しい）**

**定理（全ての平角は等しい）**

直線 **ℓ₁** と **ℓ₂** があり、それぞれの直線上で、順に 3 点 A, B, D と 3 点 A’, B’, D’ が載っている。

2 直線 ℓ₁, ℓ₂ について、それぞれ**片方** 1 つずつ、側(side) U₁, U₂ を指定して、**U₁, U₂ を回るように平角（一直線上の角）** ∠ABD (≡ U₁ $∪$ [半直線BA] $∪$ [半直線BD]**： Ｕ₁側**) と ∠A’B’D’ (≡ U₂ $∪$ [半直線B’A’] $∪$ [半直線B’D’]**： Ｕ₂側**) を考える。

　このとき ∠ABD ≡ ∠A’B’D’ となる。

(要するに、こっちの平角 ∠ABD とあっちの平角 ∠A’B’D’ が等しくなる。・・・口頭)

（証明）

　側 U₁ 内にある点 C をとる。

**すると、**側 U₂ 内に ∠ABC ≡ ∠A’B’C’ となる点 C’ がとれる。**・・・公理 IV-B-(ii)**

　定理（**等しい**角の補角等しい）より [∠ABC の補角] ≡ [∠A’B’C’ の補角] となる。

即ち、　∠CBD ≡ ∠C’B’D’（・・・質問）

　従って、∠ABD ≡ ∠ABC + ∠CBD

 　　　　≡ ∠A’B’C’ + ∠C’B’D’

 　　　　≡ ∠A’B’D’ 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[証明終]

（注）上記の点Ｃの存在は、公理 I(c) と公理 IV-B-(ii) より導かれる。

（詳細に述べると、公理 I(c) より, 直線 ℓ₁ の外部の一方の側に点 P₁ が採れ、

　公理 IV-B-(ii) より, もう一方の側に ∠ABP₁ ≡ ∠ABP₂ となる点 P₂ が採れる。

　**或いは、公理II(ハ),公理I補題,IIIより、もう一方の側に点P₂が採れる。）**

（コメント）今の定理より**全ての平角は同一になるので**、平角を角の一種とみなしても問題な**い（**平角に市民権を与えられる**）**。全ての平角を共通の記号π（= 180°）で表すことができる。すると直角は $\frac{π}{2}$ （= 90°）となる。

**定理（平角に等しい角は平角）**

　∠ABD ≡ π ならば、3 点 A, B, D は一直線上にある。

（証明）線分 AB の延長上に 1 点 D’ をとる。すると ∠ABD’ は平角になる。

　　　（但し、∠ABD $⊆$ ∠ABD’ とする。）

定理（全ての平角は等しい）より、 ∠ABD’ ≡ π となる。

よって、∠ABD ≡ ∠ABD’

つまり、D は線分 AB の延長上にある。　　　　　　　　　　　　[証明終]