**幾何学概論幾何学序論2コロナ第3講**

**定義**

直線上の2点 A,B について

　AとBの間にある点全体をm,

 Bに関してAと反対側の点全体をnとおく。

　　　（線分）AB：　mと端点A,Bを合わせたもの

　　　線分ABの内部：　mのこと

　　　半直線AB：　A,m,B,nをあわせたもの

　　　線分ABの延長：　nのこと



注：　半直線ABと半直線BAは異なる。線分の延長についても然り。

**補題**　任意の直線は無限個の点を含む。

（証明）[Quiz. 以下、ブランク2カ所にナンバーリングを埋めよ。]

直線 ℓ があるとする。

直線 ℓ 上に何らかの 2 点 A, B が採れる（公理　　( )より）。

ここで線分 AB を考える。

公理　　( )より

線分 AB の内部（間）に 1 点 P₁ を採れ,

AP₁ の内部（間）に 1 点 P₂ を採れ,

AP₂ の内部（間）に 1 点 P₃ を採れ,

・・・・・・・・・・

この要領で, 直線 ℓ 上に無限個の点 P₁ , P₂ , P₃ , P₄ , .....を採れる。



　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(証明終)

**Quiz.**（復習）　S = {1, 2}, T = {1, 2, 3, 4} のとき、①～➈で正しいものには○、誤っているものには×をつけよ。

　①1∈S ②3∈S ③S∈T ④S∋1 ⑤1∋S ⑥S⊆T ⑦S⊇T ➇T⊇S ➈1⊆S



コメント：　要素∈集合　集合⊆集合,　　1S, S1 ST TS
 ②3∉S　③S⊆T　⑤？　⑦S⊉T　➈{1}⊆S か 1∈S なら良い

**公理III（平面分割公理）**
平面上に直線 ℓ が与えられたとき、平面から ℓ を除いた部分は、次の性質を持つ２つの側 U, V に分かれる：
（甲） A∊U, B∊U ならば、線分 AB は ℓ と交わらない。
（乙） A∊V, B∊V ならば、線分 AB は ℓ と交わらない。
（丙） A∊U, B∊V ならば、線分 AB は ℓ と交わる。



**Paschの定理**　A, B, Cを同一直線上にはない3点とする。ℓをA, B, C のどれをも通らない直線とする。ℓが線分ABと交わるならば、ℓは線分ACもしくはBCと交わる。



コメント：　一見明らかな定理ですが、公理主義的立場ですから公理から導きます。

（証明）平面はℓによって2つの部分U, Vに分かれる。A, Bはℓ上になく線分ABはℓと交わるので、A, Bはℓに関して反対側にある。　つまりA∊U, B∊V としてよい。

・・・公理IIIより

　Cはℓ上にないので、C∊U 又は C∊V である。

　(i) C∊Uのとき
ACはℓと交わらず、　　・・・公理III（　　）より

BCはℓと交わる。　　　・・・公理III（　　）より

　(ii) C∊Vのとき

　　 ACはℓと交わり、　　　・・・公理III（　　）より

BCはℓと交わらない。　・・・公理III（　　）より



**（ Quiz.**　上記4カ所のブランクを埋めよ。）

（証明終）