**幾何学概論幾何学序論II第9講**　20200628版

今日はまず、平角（一直線上の角）を角として認めることを目指します。この事で以降の議論が楽になります。

（素材：**20181224　20181227改訂 20191223夜改訂**　）

**復習　・補角：**合わせると一直線上の角になる相棒（三角形だと、内角と外角の関係）

**・定理（等しい角の補角は等しい）**

　　　　

**定理（全ての平角は等しい）**

直線 **ℓ₁** と **ℓ₂** があり、それぞれの直線上で、順に 3 点 A, B, D と 3 点 A’, B’, D’ が載っている。

2 直線 ℓ₁, ℓ₂ について、それぞれ**片方** 1 つずつ、側(side) U₁, U₂ を指定して、**U₁, U₂ を回るように平角（一直線上の角）** ∠ABD (≡ U₁ $∪$ [半直線BA] $∪$ [半直線BD]**：Ｕ₁側**) と ∠A’B’D’ (≡ U₂ $∪$ [半直線B’A’] $∪$ [半直線B’D’]**： Ｕ₂側**) を考える。

　このとき ∠ABD ≡ ∠A’B’D’ となる。



(要するに、こっちの平角 ∠ABD とあっちの平角 ∠A’B’D’ が等しくなる。)

（証明）

　側 U₁ 内にある点 C をとる。

**すると、**側 U₂ 内に ∠ABC ≡ ∠A’B’C’ となる点 C’ がとれる。**・・・公理 IV-B-(ii)**

　定理（**等しい**角の補角は等しい）より [∠ABC の補角] ≡ [∠A’B’C’ の補角] となる。

即ち、　∠CBD ≡　　　　（・・・Quiz. ブランクを埋めよ。）

　従って、∠ABD ≡ ∠ABC + ∠CBD

 ≡ ∠A’B’C’ + ∠C’B’D’

 ≡ ∠A’B’D’ 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[証明終]

**注**（くどいので、読まなくても良い↓）

上記の点Ｃの存在は、公理 I(c) と公理 IV-B-(ii) より導かれる。

（詳細に述べると、公理 I(c) より, 直線 ℓ₁ の外部の一方の側に点 P₁ が採れ、　公理 IV-B-(ii) より, もう一方の側に ∠ABP₁ ≡ ∠ABP₂ となる点 P₂ が採れる。

　**或いは、公理II(ハ),公理I補題,IIIより、もう一方の側に点P₂が採れる。）**

（コメント）今の定理より**全ての平角は同一になるので**、平角を角の一種とみなしても問題な**い（**平角に市民権を与えられる**）**。全ての平角を共通の記号π（= 180°）で表すことができる。すると直角は $\frac{π}{2}$ （= 90°）となる。

**定理（平角に等しい角は平角）**

　∠ABD ≡ π ならば、3 点 A, B, D は一直線上にある。

（証明）

線分 AB の延長上に 1 点 D’ をとる。すると ∠ABD’ は平角になる。

（但し、∠ABD $⊆$ ∠ABD’ とする。）

定理（全ての平角は等しい）より、 ∠ABD’ ≡ π となる。

よって、∠ABD ≡ ∠ABD’

つまり、D は線分 AB の延長上にある。　　　　　　　　　　　　[証明終]

次に、次講で「同位角・錯覚等しければ平行」の定理を扱うための準備をします。

（素材：　20071205UP・同1206・20140108・同0109改訂 **20181225再改訂** ）

復習　平角：一直線上の角。

**復習　定理（平角に等しい角は平角）**

定義

 

２直線 **ℓ₁**, **ℓ₂** に，直線 **ℓ** が（点Ａ,Ｂで）交わっている。

（（ **ℓ₁** と **ℓ₂** は，平行とは限らないよ））

βをαの錯角，

（βの対頂角である）**β’** をαの同位角，

と言う。

(注)　 βと**β’** は，対頂角なので，いつでも等しい。

定義（確認）　**平面上において２直線 ℓ₁, ℓ₂ が交わらないとき ℓ₁ // ℓ₂（平行）と言った。**

